

Standardabweichungen und Kovarianzen über mehrere Mittelungsintervalle

25. Oktober 2018

Ingo Lange, Universität Hamburg

1 Problemstellung

Bei hochfrequenten Messungen, z. B. mit 20 Hz, werden neben den Einzelwerten meist auch Mittelwerte und Standardabweichungen, oft auch Kovarianzen zwischen Messgrößen für ein bestimmtes Zeitintervall gespeichert. Dieses Zeitintervall für die Datenaufzeichnung beträgt typischerweise eine oder zehn Minuten. Werden für eine Auswertung nun längere Zeitintervalle benötigt, z. B. 30 oder 60 Minuten, so lassen sich die Mittelwerte zwar einfach aus den einzelnen Mittelwerten berechnen. Für die Standardabweichungen und Kovarianzen gilt dies jedoch nicht, da diese auch von den Schwankungen der Mittelwerte innerhalb der neuen Intervalle abhängen. Würde man die Standardabweichungen und Kovarianzen einfach mitteln, würde darin ein Teil der Variabilität fehlen.

2 Standardabweichung

Gegeben sei eine Zeitreihe mit n Mittelwerten μ_i und dazugehörigen Standardabweichungen σ_i . Die Varianz σ^2 über diese n Werte hinweg berechnet sich dann aus

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (\sigma_i^2 + \mu_i^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \mu_i \right)^2 \right].$$

Die neue Standardabweichung ist entsprechend σ .

Handelt es sich bei den μ_i und σ_i z. B. um 1-Minuten-Werte einer ursprünglich höherfrequenten Messung, so erhält man mit $n = 30$ die korrekte Standardabweichung über 30 Minuten.

3 Kovarianz

Wir betrachten zwei Messgrößen, die wir mit den Indizes x und y bezeichnen. Gegeben sei dann eine Zeitreihe mit jeweils n Mittelwerten μ_{x_i} und μ_{y_i} sowie den Kovarianzen σ_{xy_i} . Außerdem werden die Mittelwerte μ_x und μ_y über die gesamten n Werte benötigt. Die Kovarianz über alle n Werte hinweg ist dann

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{xy_i} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_{x_i} \mu_{y_i} - \mu_x \mu_y.$$

Handelt es sich bei den μ_{x_i} , μ_{y_i} und σ_{xy_i} z. B. um 1-Minuten-Werte einer ursprünglich höherfrequenten Messung, so erhält man mit $n = 30$ die korrekte Kovarianz über 30 Minuten.