

Drehung der Standardabweichung vektorieller Messwerte

23. Juni 2010

Ingo Lange, Universität Hamburg

Wird eine zweidimensionale vektorielle Größe, z. B. der Horizontalwind, komponentenweise gemessen, liegen Mittelwerte, Standardabweichungen und Kovarianzen oft nur für ein festes Koordinatensystem vor, z. B. das Gerätesystem oder das geografische System. Oft interessieren diese Werte aber auch in anderen, gedrehten Koordinatensystemen, z. B. eines, das in Richtung des mittleren Vektors zeigt. Während die Mittelwerte der Horizontalkomponenten und die Kovarianzen jeweils einer Horizontalkomponente mit einer äußeren Größe (z. B. Temperatur, Feuchte oder Vertikalgeschwindigkeit) wieder Vektoren bilden, die einfach mittels Drehmatrix gedreht werden können, gilt dies nicht für die Standardabweichungen. Unter Zuhilfenahme der Kovarianz zwischen beiden Horizontalkomponenten können jedoch auch die Standardabweichungen in jedes gedrehte Koordinatensystem überführt werden:

$$\sigma_p^2 = \sigma_u^2 \cos^2 \alpha + 2\sigma_{uv} \sin \alpha \cos \alpha + \sigma_v^2 \sin^2 \alpha$$

$$\sigma_q^2 = \sigma_u^2 \sin^2 \alpha - 2\sigma_{uv} \sin \alpha \cos \alpha + \sigma_v^2 \cos^2 \alpha$$

Dabei bezeichnen u und v die Koordinaten des ursprünglichen Koordinatensystems und p und q die Koordinaten des gedrehten Koordinatensystems. α ist der Drehwinkel. σ_x^2 ist die Varianz in x -Richtung, σ_x entsprechend die Standardabweichung. σ_{xy} ist die Kovarianz zwischen den Werten in x - und y -Richtung.

Im Falle des Windes ist u die West-Ost-Komponente und v die Süd-Nord-Komponente des Windes. Gesucht sind oft die Standardabweichungen in Richtung des mittleren Windes und quer zum mittleren Wind. In diesem natürlichen Koordinatensystem ist p die Komponente in Richtung des mittleren Windes und q die Querwindkomponente. Der benötigte Drehwinkel α berechnet sich aus der Windrichtung δ zu $\alpha = 270^\circ - \delta$.

Quelle: G. Peters