Memo

Standardabweichung und Kovarianz über mehrere Mittelungsintervalle

8. Januar 2010

Ingo Lange, Universität Hamburg

Standardabweichung

Gegeben ist eine Zeitreihe mit Mittelwerten und Standardabweichungen, die ihrerseits aus einer höherfrequenten Messreihe stammen. Die ursprünglichen Messwerte liegen nicht vor. Um nun die Standardabweichung über mehrere, gleich lange Mittelungsintervalle hinweg zu berechnen, in die im Gegensatz zur einfachen Mittelung derselben auch die Schwankung der Mittelwerte von Intervall zu Intervall eingeht, kann folgende Formel verwendet werden:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\sigma_i^{\,2} + \mu_i^{\,2}\right) - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i\right)^2\right]$$

Dabei ist n die Anzahl der zusammengefassten Mittelungsintervalle. μ_i sind die Mittelwerte in den einzelnen Intervallen und σ_i die zugehörigen Standardabweichungen. σ^2 ist die resultierende Varianz und damit σ die Standardabweichung über alle Intervalle hinweg.

Die Formel wurde anhand von Testdaten überprüft.

Quelle: G. Peters

Kovarianz

Liegen Mittelwerte und Kovarianzen zweier Messgrößen aus n gleich langen Intervallen vor, so berechnet sich die Kovarianz über die gesamte Zeitreihe aus dem Mittelwert der einzelnen Kovarianzen und einem Anteil, der die Kovarianz der Mittelwerte darstellt:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{xy_i} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_{x_i}\mu_{y_i} - \mu_x\mu_y$$

Dabei ist n die Anzahl der zusammengefassten Mittelungsintervalle. μ_{x_i} und μ_{y_i} sind die Mittelwerte der Messgrößen x und y in den einzelnen Intervallen und σ_{xy_i} die zugehörigen Kovarianzen. μ_x und μ_y sind die Mittelwerte über die gesamte Zeitreihe (bzw. die Mittelwerte der einzelnen Mittelwerte). σ_{xy} ist die resultierende Kovarianz über alle Intervalle hinweg.

Die Formel wurde anhand von Testdaten überprüft.